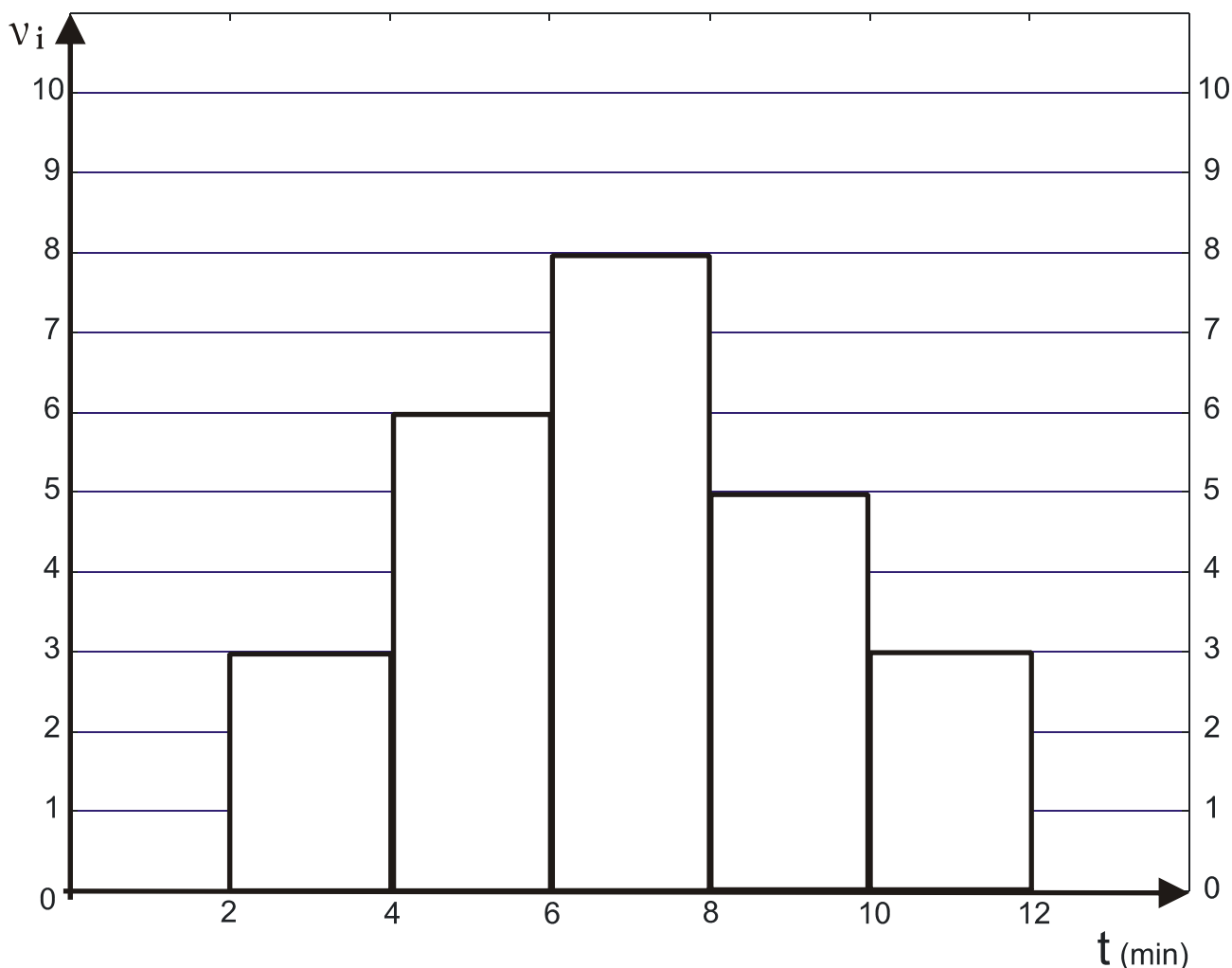


**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ****ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ****ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007****ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)****ΘΕΜΑ 1ο**

Οι χρόνοι καθυστερήσεων που παρατηρήθηκαν σε 25 δρομολόγια ενός οργανισμού σιδηροδρόμων δίνονται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:



- α.** Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε με τη βοήθεια του παραπάνω ιστογράμματος συχνοτήτων.

Διάστημα	Συχνότητα v_i	Μέσο διαστήματος K_i	$v_i K_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Σχετική αθροιστική συχνότητα %
[2, 4)					
[4, 6)					
[6, 8)					
[8, 10)					
[10,12)					
Αθροίσματα					

Μονάδες 10

β. Να βρείτε το μέσο χρόνο καθυστερήσεων των δρομολογίων.

Μονάδες 5

γ. Πόσα δρομολόγια είχαν καθυστέρηση τουλάχιστον 6 λεπτά;

Μονάδες 5

δ. Ποιο είναι το ποσοστό των δρομολογίων που είχαν καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά;

Μονάδες 5**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση f με:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - x}, & \text{αν } x < 0 \\ -3 + \beta & \text{αν } x = 0 \\ e^x - \alpha & \text{αν } x > 0 \end{cases}$$

όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ **Μονάδες 8**
- β. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ **Μονάδες 4**
- γ. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. **Μονάδες 8**
- δ. Για την τιμή $\alpha=4$ να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό β , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x=0$. **Μονάδες 5**

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^2 + kx + \lambda$, $k, \lambda \in \mathbb{R}$.

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0=1$ και το σημείο $A(1,0)$ ανήκει στη γραφική της παράσταση,

- α. να δείξετε ότι $k=-2$ και $\lambda=1$. **Μονάδες 12**
- β. να υπολογίσετε τη δεύτερη παράγωγο f'' της f . **Μονάδες 5**
- γ. να δείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει:
 $f(x) + f'(x) + f''(x) > 0$. **Μονάδες 8**

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = 10 \ln x - 5x^2$, $x > 0$.

- α. Να βρείτε την παράγωγο f' της f . **Μονάδες 5**

- β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.
Μονάδες 8
- γ. Για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει ακρότατο. Να προσδιορίσετε το είδος του ακροτάτου και να το υπολογίσετε.
Μονάδες 8
- δ. Να δείξετε ότι $f(x) \leq -5$, για κάθε $x > 0$.
Μονάδες 4

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ****ΠΕΜΠΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2008****ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)****ΘΕΜΑ 1ο**

Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα ήταν:

8, 14, 20, 12, 16

α. Να υπολογισθεί η μέση βαθμολογία του μαθητή.

Μονάδες 4

β. Να προσδιορισθεί η διάμεσος.

Μονάδες 3

γ. Να υπολογισθεί η τυπική απόκλιση.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογισθεί το εύρος.

Μονάδες 3

ε. Να υπολογισθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας και στη συνέχεια να εξεταστεί αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{\lambda(x-1)}, & \text{αν } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{3x-1}, & \text{αν } x \geq 1 \end{cases}$$

όπου $\lambda \neq 0$.

α. Να υπολογισθεί το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 10

β. Να υπολογισθεί το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 6

γ. Να υπολογισθεί η τιμή του λ έτσι ώστε η f να είναι συνεχής στη θέση $x_0=1$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x)=e^{\lambda x}$, όπου λ πραγματικός αριθμός.

α. Να βρεθούν οι $f'(x)$ και $f''(x)$.

Μονάδες 6

β. Να προσδιορισθούν οι τιμές του λ , ώστε για κάθε πραγματικό αριθμό x να ισχύει:

$$f''(x) - f'(x) - 2f(x) = 0$$

Μονάδες 9

γ. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία όταν

i) $\lambda = 2$,

ii) $\lambda = -1$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2008$, όπου $x \in \mathbb{R}$.

α. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος f' της f .

Μονάδες 6

- β. Να εξεταστεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 12

- γ. Να δειχθεί ότι $f(x) \geq 2008$ για κάθε πραγματικό αριθμό x , όπου $x \in [1, +\infty)$.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις 10.00 π.μ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 28 ΜΑΪΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

ΘΕΜΑ 1ο

A) Δίνεται συνάρτηση $f:A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$) και $x_0 \in A$. Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_0 ;

Μονάδες 7

B) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας (μεταβολής) ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι μικρότερη του 10%, τότε ο πληθυσμός του δείγματος θεωρείται ομοιογενής.

Μονάδες 3

β) $(\sin x)' = \eta \mu x$

Μονάδες 3

γ) Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:(\alpha, \beta) \rightarrow \mathbb{R}$. Αν $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (α, β) .

Μονάδες 3

δ) $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = c(\beta - \alpha)$, όπου c σταθερά.

Μονάδες 3

Γ) Αν οι συναρτήσεις $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $(f \cdot g)'(x) = \dots\dots\dots$

Μονάδες 2

β) $(c \cdot f)'(x) = \dots\dots\dots$, όπου c σταθερά.

Μονάδες 2

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots\dots\dots$ με $\beta > \alpha > 0$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Ρωτήθηκαν 25 μαθητές μιας τάξης ενός Λυκείου πόσα λογοτεχνικά βιβλία διάβασαν την περσινή χρονιά. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Βιβλία x_i	Μαθητές v_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %	$x_i v_i$
1	4				
2					
3	8				
4	7				
Αθροίσματα					

A) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

B) Να υπολογίσετε τη διάμεσο.

Μονάδες 5

Γ) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

Μονάδες 5

Δ) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασε τουλάχιστον δύο (2) βιβλία;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = -x^2 + 6x + 8$

A) Να υπολογίσετε την $f'(x)$

Μονάδες 4

B) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

Μονάδες 8

Γ) Για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο; Να βρείτε το είδος του ακροτάτου.

Μονάδες 6

Δ) Να υπολογίσετε το $\int_0^3 f(x) dx$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x^3 + 4x + 2ae^x$,

$$\text{όπου } \alpha = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$$

A) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α .

Μονάδες 5

B) Για $\alpha = 1$

α) Να υπολογίσετε την $f'(x)$

Μονάδες 5

β) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R}

Μονάδες 5

γ) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=2$ και $x=4$, είναι ίσο με $84 + 2e^4 - 2e^2$ τ.μ.

Μονάδες 10

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.**
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό διαρκείας ανεξίτηλης μελάνης.**
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 27 ΜΑΪΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΗΜΕΡΗΣΙΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ Α.

Α1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η μέση τιμή δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

β) Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και είναι $\ell \in \mathbb{R}$, τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\ell| .$$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

δ) Ισχύει ότι: $\int_a^a f(x) dx = a$, για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 12

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots\dots\dots$, με $g(x) \neq 0$

β) $(\sqrt{x})' = \dots\dots\dots$, με $x > 0$

γ) $(e^x)' = \dots\dots\dots$

δ) $(\sin x)' = \dots\dots\dots$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β.

Οι ημέρες απουσίας 50 υπαλλήλων μιας εταιρείας από την εργασία τους, τον περασμένο μήνα, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ημέρες απουσίας x_i	Υπάλληλοι n_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %	$x_i n_i$
0	8				
1	10				
2					
3	10				
4	5				
5	2				
Αθροίσματα					

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της μεταβλητής x .

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε τη διάμεσο της μεταβλητής x .

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε το πλήθος και το ποσοστό των υπαλλήλων που απουσίασαν από 2 έως και 4 ημέρες.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ.

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}, & x < 1 \\ \sqrt{x+3} + \alpha, & x \geq 1, \text{ όπου } \alpha \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Γ1. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 7

Γ3. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό α , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0=1$.

Μονάδες 5

Γ4. Για $\alpha = -3$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 3f(0) + 2f(6)$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο $x_0=2$ και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(0,1)$, τότε:

Δ1. Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών α και β .

Μονάδες 8

Δ2. Για $\alpha=6$ και $\beta=1$, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 6

Δ3. Για $\alpha=6$ και $\beta=1$, να βρείτε τις θέσεις, το είδος και τις τιμές των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

Δ4. Για $\alpha=6$ και $\beta=1$, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^2 f(x)dx$.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΗΜΕΡΗΣΙΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζεται εύρος μιας μεταβλητής;

Μονάδες 6

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η μέση τιμή (μέσος όρος) υπολογίζεται μόνο σε ποσοτικές μεταβλητές. (Μονάδες 2)

β) Αν υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ και είναι $l_1, l_2 \in \mathbb{R}$ αντίστοιχα, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = l_1 \cdot l_2$

(Μονάδες 2)

γ) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g'(x), x \in \mathbb{R}$$

(Μονάδες 2)

δ) Ισχύει ότι $\int_{\alpha}^{\beta} \eta \mu x dx = \sigma \nu \beta - \sigma \nu \alpha$ (Μονάδες 2)

- ε) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο (α, β) και $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο (α, β) . (Μονάδες 2)

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $(\ln x)' = \dots\dots\dots$, με $x > 0$ (Μονάδες 3)

β) $(\eta \mu x)' = \dots\dots\dots$ (Μονάδες 3)

γ) Αν f συνεχής στο \mathbb{R} με $\alpha \in \mathbb{R}$, τότε $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4}, & \text{αν } x < 4 \\ \alpha & \text{αν } x = 4 \\ \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2} - 3, & \text{αν } x > 4 \end{cases}$$

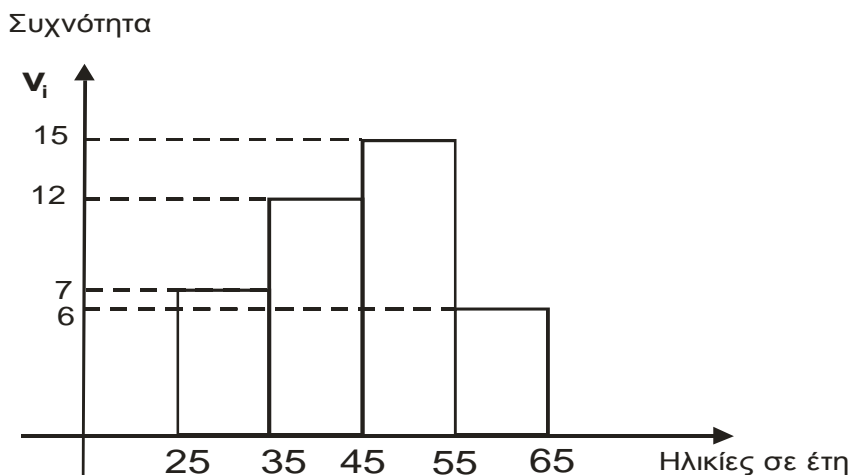
B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ (Μονάδες 10)

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ (Μονάδες 10)

B3. Να βρείτε για ποια τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ η f είναι συνεχής στο $x_0 = 4$. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το παρακάτω ιστόγραμμα, που αφορά τις ηλικίες 40 εργαζομένων σε μια επιχείρηση.



Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα που ακολουθεί και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα.

Ηλικίες [,)	Μέσο διαστήματος K_i	Συχνότητα v_i	$K_i \cdot v_i$	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$
[25,35)					
[35,45)					
[45,55)					
[55,65)					
Σύνολα					

Μονάδες 10

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των ηλικιών των εργαζομένων.

Μονάδες 5

Γ3. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών;

Μονάδες 5

Γ4. Τί ποσοστό εργαζομένων έχουν ηλικία κάτω των 35 ετών;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ με $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της. **Μονάδες 6**

Δ2. Να βρεθούν τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f .

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $I = \int_1^3 f'(x) dx$

Μονάδες 6

Δ4. Αν $g(x) = 3x^2 - 12x + 9$ με $x \in \mathbb{R}$, να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x=0$ και $x=3$. **Μονάδες 8**

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.30 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΗΜΕΡΗΣΙΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζεται διάμεσος δ ενός δείγματος n παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά;

Μονάδες 6

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . (Μονάδες 2)

β) Το εύρος ως παράμετρος διασποράς εξαρτάται μόνο από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

(Μονάδες 2)

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$. Τότε ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα για το ορισμένο ολοκλήρωμα:

$$\int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx, \text{ με } \alpha < \gamma < \beta. \text{ (Μονάδες 2)}$$

δ) Ισχύει ότι: $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$, $\alpha \in \mathbb{R}^*$, $x > 0$ (Μονάδες 2)

- ε) Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις $f, g: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ με συνεχείς παραγώγους f', g' . Τότε ισχύει ότι:
- $$\int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_{\alpha}^{\beta} - \int_{\alpha}^{\beta} f(x)g'(x)dx \quad (\text{Μονάδες } 2)$$

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$ με $\beta > \alpha > 0$ (Μονάδες 3)

β) Έστω συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(A) \subseteq B$. Αν η f είναι παραγωγίσιμη σε κάθε $x \in A$ και η g παραγωγίσιμη σε κάθε $f(x) \in B$, τότε η σύνθεσή τους $g \circ f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει ότι:

$(g \circ f)'(x) = \dots$ (Μονάδες 3)

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = \dots$ με c σταθερά και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες ώρες διαβάσματος 25 μαθητών μιας τάξης ενός ΕΠΑ.Λ.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος x_i	Μαθητές v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική συχνότητα (%) $f_i\%$	$x_i v_i$
1	6			
2	5			
3	4			
4	κ			
5	$2\kappa+1$			
Σύνολα	$v=25$		100	

B1. Να υπολογίσετε τον αριθμό κ

Μονάδες 4

B2. Για $\kappa=3$ να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα.

Μονάδες 8

B3. Για $\kappa=3$ να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} και να βρείτε τη διάμεσο δ των παρατηρήσεων.

Μονάδες 10

B4. Για $\kappa=3$ να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}, & \text{αν } x > 1 \\ \alpha x^2 + \beta x, & \text{αν } x \leq 1 \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

Γ1. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 10

Γ3. Να υπολογίσετε τα α και β , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0=1$ και η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο $A(-1,2)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

Δ1. Να βρείτε την παράγουσα F της f , αν $F(0)=1$.

Μονάδες 5

Δ2. Αν $F(x)=x^3-x^2-x+1$, $x \in \mathbb{R}$ να μελετήσετε τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της F .

Μονάδες 8

Δ3. Να συγκρίνετε τις τιμές $F(2011)$ και $F(2012)$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x=0$ και $x=1$.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ